

# The Tutte Polynomial of the Truncated Icosahedron

David Pearce Victoria University of Wellington  
Gary Haggard Bucknell University

April 6, 2010

## Introduction

The truncated icosahedron ( $TI$ ) has always been an elusive target for the computation of its chromatic, flow, reliability, and Tutte polynomials. In [3] a hand computation of its chromatic polynomial was announced. It was not until [2] that an effective algorithm was implemented so that this chromatic polynomial computation could be replicated by a computer implemented algorithm. The computation of the Tutte polynomial of this graph is just now possible because of the work described in [1]. The Tutte polynomial is denoted as  $T(G, x, y)$  for a graph  $G$ .  $T(TI, x, y)$  has 660 terms. The largest coefficient is of size  $10^{19}$  and belongs to the term

$$900942500549648668x^2 * y^{12}.$$

$T(TI, 0, 1) = 11551226205884 = T(TI, 1, 0)$  as expected for planar graphs. The number of spanning trees in  $TI$  is

$$T(TI, 1, 1) = 375391866372898816000.$$

We have

$$T(TI, 2, 2) = 1237940039285380274899124224 = 2^{90}.$$

The Tutte polynomial reduces to the one-variable chromatic, flow, and reliability polynomials. The algorithm for computing Tutte polynomials has been adapted to compute these one-variable polynomials directly. The code for each of these algorithms and the complete Tutte polynomial for the  $TI$  are found at [homepages.mcs.vuw.ac.nz/~djp/tutte/](http://homepages.mcs.vuw.ac.nz/~djp/tutte/).

$T(TI, x, y)$

$T(TI, x, y) = 11551226205884*y + 160271797870414*y^2$   
+ 1105925667416544\*y^3 + 5068383900460874\*y^4 + 17381880379757311\*y^5  
+ 47649746656648210\*y^6 + 108915091394893083\*y^7 + 213791814211378764\*y^8  
+ 368370420016166430\*y^9 + 566700401123828451\*y^10 + 789082174774901010\*y^11  
+ 1005700050516989354\*y^12 + 1184372579288981385\*y^13 + 1299193808294730310\*y^14  
+ 1336702915540909683\*y^15 + 1297726552271492285\*y^16 + 1195069843454092721\*y^17  
+ 1048685970822480926\*y^18 + 880355008948964903\*y^19 + 709432549826457421\*y^20  
+ 550387563981875794\*y^21 + 412091725743579465\*y^22 + 298378129391298591\*y^23  
+ 209266701424596770\*y^24 + 142348610226127223\*y^25 + 94004580469574126\*y^26  
+ 60309753511578412\*y^27 + 37606234611032725\*y^28 + 22796076446092435\*y^29  
+ 13433721184169781\*y^30 + 7694832293270323\*y^31 + 4282808836109918\*y^32  
+ 2315151307694176\*y^33 + 1214739065732476\*y^34 + 618172550892210\*y^35  
+ 304836788063055\*y^36 + 145512054152993\*y^37 + 67154991278355\*y^38  
+ 29922898846235\*y^39 + 12852554268908\*y^40 + 5311963725408\*y^41  
+ 2108196739713\*y^42 + 801569634483\*y^43 + 291192084188\*y^44  
+ 100758411962\*y^45 + 33089098416\*y^46 + 10269802850\*y^47  
+ 2997443720\*y^48 + 817834690\*y^49 + 207094314\*y^50  
+ 48237926\*y^51 + 10220080\*y^52 + 1941220\*y^53  
+ 324240\*y^54 + 46364\*y^55 + 5456\*y^56  
+ 496\*y^57 + 31\*y^58 + 1\*y^59

+ 11551226205884\*x + 247331813160460\*x\*y + 2218147625503110\*x\*y^2  
+ 12129574533793670\*x\*y^3 + 47132417733913945\*x\*y^4 + 141370881725729274\*x\*y^5  
+ 344718300399356711\*x\*y^6 + 708049213213183938\*x\*y^7 + 1257282423446533854\*x\*y^8  
+ 1968817724196075960\*x\*y^9 + 2762051035619359209\*x\*y^10 + 3516422928720744468\*x\*y^11  
+ 4106535729919670083\*x\*y^12 + 4439241841710325970\*x\*y^13 + 4477074477998645505\*x\*y^14  
+ 4240992801774417002\*x\*y^15 + 3795562911082324932\*x\*y^16 + 3225744597947454930\*x\*y^17  
+ 2614786318653639033\*x\*y^18 + 2029208760057859570\*x\*y^19 + 1512445739087202273\*x\*y^20  
+ 1085524058977122662\*x\*y^21 + 751854911071375188\*x\*y^22 + 503378667118889166\*x\*y^23  
+ 326192945576009835\*x\*y^24 + 204769952295872928\*x\*y^25 + 124600734814596312\*x\*y^26  
+ 73512769679453124\*x\*y^27 + 42053931951887460\*x\*y^28 + 23322047454364170\*x\*y^29  
+ 12533366441548852\*x\*y^30 + 6523058712850040\*x\*y^31 + 3285332836193784\*x\*y^32  
+ 1599689509442280\*x\*y^33 + 752183883540730\*x\*y^34 + 341086043652420\*x\*y^35  
+ 148930582033556\*x\*y^36 + 62504468539316\*x\*y^37 + 25162750689480\*x\*y^38  
+ 9694055765610\*x\*y^39 + 3564338375480\*x\*y^40 + 1246866204510\*x\*y^41  
+ 413473251030\*x\*y^42 + 129421974850\*x\*y^43 + 38045913120\*x\*y^44  
+ 10440515134\*x\*y^45 + 2655000508\*x\*y^46 + 620023290\*x\*y^47  
+ 131464940\*x\*y^48 + 24939970\*x\*y^49 + 4151262\*x\*y^50  
+ 590048\*x\*y^51 + 68820\*x\*y^52 + 6180\*x\*y^53  
+ 380\*x\*y^54 + 12\*x\*y^55

+ 98611241495930\*x^2 + 1578913793949100\*x^2\*y + 11749017104188830\*x^2\*y^2  
 + 55590579826702145\*x^2\*y^3 + 190888466116367890\*x^2\*y^4 + 512102537929854618\*x^2\*y^5  
 + 1125257923501854645\*x^2\*y^6 + 2093133604817985168\*x^2\*y^7 + 3377664183297563739\*x^2\*y^8  
 + 4818839118695114805\*x^2\*y^9 + 6171237078234511149\*x^2\*y^10 + 7183478160676809879\*x^2\*y^11  
 + 7680490734693273787\*x^2\*y^12 + 7610626529795573195\*x^2\*y^13 + 7043248874853750195\*x^2\*y^14  
 + 6128270013689442081\*x^2\*y^15 + 5042122213675542144\*x^2\*y^16 + 3942273084768628872\*x^2\*y^17  
 + 2941466968786126013\*x^2\*y^18 + 2101811378088969595\*x^2\*y^19 + 1442407781044937751\*x^2\*y^20  
 + 952890914725925877\*x^2\*y^21 + 607045177645532976\*x^2\*y^22 + 373397411110359576\*x^2\*y^23  
 + 221949479517446145\*x^2\*y^24 + 127544433077148411\*x^2\*y^25 + 70865867887433163\*x^2\*y^26  
 + 38062141825599351\*x^2\*y^27 + 19752598027886790\*x^2\*y^28 + 9897288883490700\*x^2\*y^29  
 + 4783577626929520\*x^2\*y^30 + 2227494062419964\*x^2\*y^31 + 997899247816731\*x^2\*y^32  
 + 429371002332635\*x^2\*y^33 + 177093856124785\*x^2\*y^34 + 69857302771773\*x^2\*y^35  
 + 26285312538898\*x^2\*y^36 + 9405406554134\*x^2\*y^37 + 3188986478580\*x^2\*y^38  
 + 1020268133920\*x^2\*y^39 + 306478902425\*x^2\*y^40 + 85925392155\*x^2\*y^41  
 + 22322005490\*x^2\*y^42 + 5325458560\*x^2\*y^43 + 1153749720\*x^2\*y^44  
 + 223717064\*x^2\*y^45 + 38083066\*x^2\*y^46 + 5540670\*x^2\*y^47  
 + 662300\*x^2\*y^48 + 61060\*x^2\*y^49 + 3864\*x^2\*y^50  
 + 126\*x^2\*y^51  
  
 + 405031279488050\*x^3 + 5518777959699270\*x^3\*y + 35972045715973415\*x^3\*y^2  
 + 151393032783251940\*x^3\*y^3 + 466591812294137890\*x^3\*y^4 + 1129860411853113586\*x^3\*y^5  
 + 2249327253380878557\*x^3\*y^6 + 3800541297663613048\*x^3\*y^7 + 5580983225364912734\*x^3\*y^8  
 + 7255705127178573320\*x^3\*y^9 + 8476649435458100426\*x^3\*y^10 + 9009424500549648668\*x^3\*y^11  
 + 8802604114116977366\*x^3\*y^12 + 7976682556347477090\*x^3\*y^13 + 6755354371853597740\*x^3\*y^14  
 + 5382031709419456060\*x^3\*y^15 + 4056628915525047708\*x^3\*y^16 + 2906560676782574604\*x^3\*y^17  
 + 1987530810931903908\*x^3\*y^18 + 1301269403785771450\*x^3\*y^19 + 817774091452307686\*x^3\*y^20  
 + 494225898795404924\*x^3\*y^21 + 287608750230384184\*x^3\*y^22 + 161284815643865646\*x^3\*y^23  
 + 87182243521972380\*x^3\*y^24 + 45420921142650988\*x^3\*y^25 + 22796549178808794\*x^3\*y^26  
 + 11013274624503468\*x^3\*y^27 + 5115801762832400\*x^3\*y^28 + 2281641811294580\*x^3\*y^29  
 + 975379679134978\*x^3\*y^30 + 398850481540144\*x^3\*y^31 + 155640395644338\*x^3\*y^32  
 + 57796696785700\*x^3\*y^33 + 20358368678180\*x^3\*y^34 + 6776287509522\*x^3\*y^35  
 + 2121804784936\*x^3\*y^36 + 621691499662\*x^3\*y^37 + 169367415450\*x^3\*y^38  
 + 42569934390\*x^3\*y^39 + 9777706580\*x^3\*y^40 + 2027678400\*x^3\*y^41  
 + 373802400\*x^3\*y^42 + 60006170\*x^3\*y^43 + 8151650\*x^3\*y^44  
 + 898730\*x^3\*y^45 + 75250\*x^3\*y^46 + 4240\*x^3\*y^47  
 + 120\*x^3\*y^48  
  
 + 1069414679790850\*x^4 + 12864516345725740\*x^4\*y + 74906310110595585\*x^4\*y^2  
 + 283592865464967760\*x^4\*y^3 + 789696208083241245\*x^4\*y^4 + 1732638656265975396\*x^4\*y^5  
 + 3131169298715331067\*x^4\*y^6 + 4808561376597185513\*x^4\*y^7 + 6423506781030395514\*x^4\*y^8  
 + 7601586357403244190\*x^4\*y^9 + 8087662527666261570\*x^4\*y^10 + 7831591715850879045\*x^4\*y^11  
 + 6974030927252449510\*x^4\*y^12 + 5761963115915249675\*x^4\*y^13 + 4450523452888451175\*x^4\*y^14  
 + 3234667950300531002\*x^4\*y^15 + 2224412114726593674\*x^4\*y^16 + 1453951433733960456\*x^4\*y^17  
 + 906633236920244008\*x^4\*y^18 + 540874885925080425\*x^4\*y^19 + 309346833065560899\*x^4\*y^20  
 + 169852280846651078\*x^4\*y^21 + 89596586657649862\*x^4\*y^22 + 45412903818618546\*x^4\*y^23  
 + 22110218560879450\*x^4\*y^24 + 10332377898366865\*x^4\*y^25 + 4629095168464140\*x^4\*y^26  
 + 1985246478201410\*x^4\*y^27 + 813451841383815\*x^4\*y^28 + 317734205267745\*x^4\*y^29  
 + 117992452441125\*x^4\*y^30 + 41529308556595\*x^4\*y^31 + 13803792300645\*x^4\*y^32  
 + 4314811576045\*x^4\*y^33 + 1262163503360\*x^4\*y^34 + 343526964360\*x^4\*y^35  
 + 86406521955\*x^4\*y^36 + 19923371125\*x^4\*y^37 + 4170622515\*x^4\*y^38  
 + 783367205\*x^4\*y^39 + 130140335\*x^4\*y^40 + 18782055\*x^4\*y^41  
 + 2300795\*x^4\*y^42 + 231645\*x^4\*y^43 + 18210\*x^4\*y^44  
 + 1010\*x^4\*y^45 + 30\*x^4\*y^46

+ 2046265622980682\*x^5 + 22053472982354170\*x^5\*y + 115690004011693803\*x^5\*y^2  
 + 395966101045435086\*x^5\*y^3 + 998931114391924461\*x^5\*y^4 + 198822669669889582\*x^5\*y^5  
 + 3261993035021576212\*x^5\*y^6 + 4549821552479652632\*x^5\*y^7 + 5521326007492893120\*x^5\*y^8  
 + 5936133272412357300\*x^5\*y^9 + 5738044344535426821\*x^5\*y^10 + 5048265981423963618\*x^5\*y^11  
 + 4084532126458836325\*x^5\*y^12 + 3066281829753534830\*x^5\*y^13 + 2151986845247463243\*x^5\*y^14  
 + 1421051191213036440\*x^5\*y^15 + 887640994223845506\*x^5\*y^16 + 526733245239245610\*x^5\*y^17  
 + 297929189218688247\*x^5\*y^18 + 161008241279466792\*x^5\*y^19 + 83266767764166597\*x^5\*y^20  
 + 41240884755301040\*x^5\*y^21 + 19564442737145314\*x^5\*y^22 + 8885539327862826\*x^5\*y^23  
 + 3859625632538591\*x^5\*y^24 + 1601103203573476\*x^5\*y^25 + 633125493752352\*x^5\*y^26  
 + 238102564557426\*x^5\*y^27 + 84932366790408\*x^5\*y^28 + 28645988038038\*x^5\*y^29  
 + 9102946278128\*x^5\*y^30 + 2714249176894\*x^5\*y^31 + 755843060658\*x^5\*y^32  
 + 195519085018\*x^5\*y^33 + 46688987078\*x^5\*y^34 + 10217101056\*x^5\*y^35  
 + 2030966444\*x^5\*y^36 + 362700472\*x^5\*y^37 + 57344592\*x^5\*y^38  
 + 7859002\*x^5\*y^39 + 903098\*x^5\*y^40 + 82140\*x^5\*y^41  
 + 5280\*x^5\*y^42 + 180\*x^5\*y^43  
  
 + 3033198826142253\*x^6 + 29482791550550801\*x^6\*y + 139871541197208409\*x^6\*y^2  
 + 433641285728218560\*x^6\*y^3 + 991803950016533040\*x^6\*y^4 + 1790353354786789065\*x^6\*y^5  
 + 2664153914067498345\*x^6\*y^6 + 3369782940990601234\*x^6\*y^7 + 3707295340296018865\*x^6\*y^8  
 + 3612250132493524240\*x^6\*y^9 + 3163413461176600842\*x^6\*y^10 + 2520738621996747989\*x^6\*y^11  
 + 1846794886969327325\*x^6\*y^12 + 1255129629162553792\*x^6\*y^13 + 797288129274089010\*x^6\*y^14  
 + 476364121918780481\*x^6\*y^15 + 269084102913297448\*x^6\*y^16 + 144277479591480891\*x^6\*y^17  
 + 73644243168203480\*x^6\*y^18 + 35854308535672020\*x^6\*y^19 + 16666475679533823\*x^6\*y^20  
 + 7398346702241943\*x^6\*y^21 + 3134730917581506\*x^6\*y^22 + 1266388251987400\*x^6\*y^23  
 + 487008036388185\*x^6\*y^24 + 177914275963171\*x^6\*y^25 + 61590054161178\*x^6\*y^26  
 + 20145484368041\*x^6\*y^27 + 6205428150560\*x^6\*y^28 + 1793295193035\*x^6\*y^29  
 + 484106788376\*x^6\*y^30 + 121468954848\*x^6\*y^31 + 28160781745\*x^6\*y^32  
 + 5988439385\*x^6\*y^33 + 1157216980\*x^6\*y^34 + 200674148\*x^6\*y^35  
 + 30679496\*x^6\*y^36 + 4028490\*x^6\*y^37 + 436380\*x^6\*y^38  
 + 36490\*x^6\*y^39 + 2082\*x^6\*y^40 + 60\*x^6\*y^41  
  
 + 3636161286009548\*x^7 + 31971361081710736\*x^7\*y + 137368135096174731\*x^7\*y^2  
 + 385900383906429630\*x^7\*y^3 + 799801854163113465\*x^7\*y^4 + 1307949150315597960\*x^7\*y^5  
 + 1762359730533268159\*x^7\*y^6 + 2017204150577211066\*x^7\*y^7 + 2006888608905385485\*x^7\*y^8  
 + 1767149249775082040\*x^7\*y^9 + 1397721473727163297\*x^7\*y^10 + 1005410806917053358\*x^7\*y^11  
 + 664674645233124473\*x^7\*y^12 + 407478099796756672\*x^7\*y^13 + 233401614529935765\*x^7\*y^14  
 + 125690846594116904\*x^7\*y^15 + 63949848083299567\*x^7\*y^16 + 30853734580455894\*x^7\*y^17  
 + 14151274754210740\*x^7\*y^18 + 6179089019094450\*x^7\*y^19 + 2569823736257874\*x^7\*y^20  
 + 1017620730051552\*x^7\*y^21 + 383288255650094\*x^7\*y^22 + 137094841011690\*x^7\*y^23  
 + 46467741211600\*x^7\*y^24 + 14886549786904\*x^7\*y^25 + 4493915104497\*x^7\*y^26  
 + 1273790944974\*x^7\*y^27 + 337595021045\*x^7\*y^28 + 83241198150\*x^7\*y^29  
 + 18977291224\*x^7\*y^30 + 3968704106\*x^7\*y^31 + 753428910\*x^7\*y^32  
 + 128000840\*x^7\*y^33 + 19072040\*x^7\*y^34 + 2419368\*x^7\*y^35  
 + 249472\*x^7\*y^36 + 19320\*x^7\*y^37 + 960\*x^7\*y^38  
 + 20\*x^7\*y^39

+ 3633794047947863\*x^8 + 28932071843269624\*x^8\*y + 112588951772786298\*x^8\*y^2  
 + 286404050067310005\*x^8\*y^3 + 537212564619796785\*x^8\*y^4 + 794474333860677198\*x^8\*y^5  
 + 967180717877560659\*x^8\*y^6 + 999202434181401963\*x^8\*y^7 + 896368772422073700\*x^8\*y^8  
 + 711051697383903020\*x^8\*y^9 + 506265956346989710\*x^8\*y^10 + 327621000630781632\*x^8\*y^11  
 + 194768455999099811\*x^8\*y^12 + 107338690414146412\*x^8\*y^13 + 55254985076223360\*x^8\*y^14  
 + 26731429246112882\*x^8\*y^15 + 12211050491266096\*x^8\*y^16 + 5284693496893602\*x^8\*y^17  
 + 2171353960085820\*x^8\*y^18 + 847817708387565\*x^8\*y^19 + 314576554168137\*x^8\*y^20  
 + 110823327290986\*x^8\*y^21 + 37011559007117\*x^8\*y^22 + 11692084899975\*x^8\*y^23  
 + 3484011349880\*x^8\*y^24 + 975896144752\*x^8\*y^25 + 255876741261\*x^8\*y^26  
 + 62472493882\*x^8\*y^27 + 14109134780\*x^8\*y^28 + 2922301935\*x^8\*y^29  
 + 548726950\*x^8\*y^30 + 91931750\*x^8\*y^31 + 13429635\*x^8\*y^32  
 + 1651705\*x^8\*y^33 + 161390\*x^8\*y^34 + 11220\*x^8\*y^35  
 + 420\*x^8\*y^36  
  
 + 3096554498357805\*x^9 + 22321512019374870\*x^9\*y + 78605247683824715\*x^9\*y^2  
 + 180801474376819960\*x^9\*y^3 + 306330068420221355\*x^9\*y^4 + 408716384934605520\*x^9\*y^5  
 + 448313664668435270\*x^9\*y^6 + 416760647350126720\*x^9\*y^7 + 336001160817188370\*x^9\*y^8  
 + 239283862126682360\*x^9\*y^9 + 152824314856770798\*x^9\*y^10 + 88664575227017236\*x^9\*y^11  
 + 47242899732390659\*x^9\*y^12 + 23332901805685232\*x^9\*y^13 + 10763723617848450\*x^9\*y^14  
 + 4665974681514820\*x^9\*y^15 + 1909216183094420\*x^9\*y^16 + 739607791998730\*x^9\*y^17  
 + 271699299757365\*x^9\*y^18 + 94688226976330\*x^9\*y^19 + 31285593639085\*x^9\*y^20  
 + 9784774386960\*x^9\*y^21 + 2889750469570\*x^9\*y^22 + 803238586560\*x^9\*y^23  
 + 209246955070\*x^9\*y^24 + 50810175680\*x^9\*y^25 + 11420802165\*x^9\*y^26  
 + 2354769090\*x^9\*y^27 + 439967385\*x^9\*y^28 + 73251000\*x^9\*y^29  
 + 10607970\*x^9\*y^30 + 1288050\*x^9\*y^31 + 123450\*x^9\*y^32  
 + 8340\*x^9\*y^33 + 300\*x^9\*y^34  
  
 + 2289676883015802\*x^10 + 14927135324670205\*x^10\*y + 47489477629131918\*x^10\*y^2  
 + 98555195309794213\*x^10\*y^3 + 150438063405473660\*x^10\*y^4 + 180543533198641476\*x^10\*y^5  
 + 177832854376450346\*x^10\*y^6 + 148214304836456803\*x^10\*y^7 + 106979502984181530\*x^10\*y^8  
 + 68130847495415635\*x^10\*y^9 + 38884396048488041\*x^10\*y^10 + 20153315774079405\*x^10\*y^11  
 + 959325855544942\*x^10\*y^12 + 4234076666231948\*x^10\*y^13 + 1746112057557828\*x^10\*y^14  
 + 676823787166471\*x^10\*y^15 + 247612693037455\*x^10\*y^16 + 85711711667526\*x^10\*y^17  
 + 28098658386028\*x^10\*y^18 + 8719993033203\*x^10\*y^19 + 2557368861582\*x^10\*y^20  
 + 706742136553\*x^10\*y^21 + 183286929370\*x^10\*y^22 + 44363092770\*x^10\*y^23  
 + 9949966570\*x^10\*y^24 + 2048631110\*x^10\*y^25 + 382422372\*x^10\*y^26  
 + 63632610\*x^10\*y^27 + 9212880\*x^10\*y^28 + 1119480\*x^10\*y^29  
 + 107688\*x^10\*y^30 + 7350\*x^10\*y^31 + 270\*x^10\*y^32  
  
 + 1489229660477423\*x^11 + 8763930543798916\*x^11\*y + 25127891552888535\*x^11\*y^2  
 + 46913874392709838\*x^11\*y^3 + 64299165831393770\*x^11\*y^4 + 69147565952940750\*x^11\*y^5  
 + 60908680886277569\*x^11\*y^6 + 45312973315424716\*x^11\*y^7 + 29149642472597595\*x^11\*y^8  
 + 16527961461070180\*x^11\*y^9 + 8394284698784684\*x^11\*y^10 + 3871904593102014\*x^11\*y^11  
 + 1641160237297438\*x^11\*y^12 + 645502287102740\*x^11\*y^13 + 237413733798795\*x^11\*y^14  
 + 82112092535534\*x^11\*y^15 + 26800134629737\*x^11\*y^16 + 8267540774256\*x^11\*y^17  
 + 2409970821765\*x^11\*y^18 + 662506323090\*x^11\*y^19 + 171136525131\*x^11\*y^20  
 + 41320018454\*x^11\*y^21 + 9257637490\*x^11\*y^22 + 1906344750\*x^11\*y^23  
 + 356247610\*x^11\*y^24 + 59385332\*x^11\*y^25 + 8618916\*x^11\*y^26  
 + 1050330\*x^11\*y^27 + 101250\*x^11\*y^28 + 6900\*x^11\*y^29  
 + 252\*x^11\*y^30

+ 861047769728938\*x^12 + 4561514582951847\*x^12\*y + 11748180217263397\*x^12\*y^2  
 + 19657303842923408\*x^12\*y^3 + 24087358301453065\*x^12\*y^4 + 23102131243721467\*x^12\*y^5  
 + 18105643227939874\*x^12\*y^6 + 11959525694241024\*x^12\*y^7 + 6820351960599720\*x^12\*y^8  
 + 3425384207505205\*x^12\*y^9 + 1540872978965862\*x^12\*y^10 + 629925124024036\*x^12\*y^11  
 + 236916943425502\*x^12\*y^12 + 82790711607085\*x^12\*y^13 + 27080770787020\*x^12\*y^14  
 + 8331953287306\*x^12\*y^15 + 2416903547860\*x^12\*y^16 + 660953650104\*x^12\*y^17  
 + 170003868655\*x^12\*y^18 + 40937804975\*x^12\*y^19 + 9165417877\*x^12\*y^20  
 + 1889571553\*x^12\*y^21 + 354103770\*x^12\*y^22 + 59273820\*x^12\*y^23  
 + 8649150\*x^12\*y^24 + 1061088\*x^12\*y^25 + 103272\*x^12\*y^26  
 + 7170\*x^12\*y^27 + 270\*x^12\*y^28  
  
 + 446095183473635\*x^13 + 2119600783779458\*x^13\*y + 4882672823829909\*x^13\*y^2  
 + 7286384876811458\*x^13\*y^3 + 7939639266236970\*x^13\*y^4 + 6751627816200642\*x^13\*y^5  
 + 4678672107828656\*x^13\*y^6 + 2726444764589352\*x^13\*y^7 + 1369725542301615\*x^13\*y^8  
 + 605741838001790\*x^13\*y^9 + 240075492777476\*x^13\*y^10 + 86590698727908\*x^13\*y^11  
 + 28782925699041\*x^13\*y^12 + 8903057456070\*x^13\*y^13 + 2579497270920\*x^13\*y^14  
 + 702407840352\*x^13\*y^15 + 179801280586\*x^13\*y^16 + 43142718222\*x^13\*y^17  
 + 9646876150\*x^13\*y^18 + 1992019450\*x^13\*y^19 + 375045810\*x^13\*y^20  
 + 63253760\*x^13\*y^21 + 9323070\*x^13\*y^22 + 1158360\*x^13\*y^23  
 + 114480\*x^13\*y^24 + 8040\*x^13\*y^25 + 300\*x^13\*y^26  
  
 + 208269347521537\*x^14 + 883351786891124\*x^14\*y + 1810189179931101\*x^14\*y^2  
 + 2394705676000173\*x^14\*y^3 + 2305043266345665\*x^14\*y^4 + 1725503658299475\*x^14\*y^5  
 + 1049307557507460\*x^14\*y^6 + 535342191457710\*x^14\*y^7 + 235189079774835\*x^14\*y^8  
 + 90971804225440\*x^14\*y^9 + 31580348823650\*x^14\*y^10 + 9998024576730\*x^14\*y^11  
 + 2923163798580\*x^14\*y^12 + 796230289230\*x^14\*y^13 + 203024206860\*x^14\*y^14  
 + 48492048980\*x^14\*y^15 + 10812243070\*x^14\*y^16 + 2233881930\*x^14\*y^17  
 + 422684870\*x^14\*y^18 + 72012790\*x^14\*y^19 + 10785510\*x^14\*y^20  
 + 1369740\*x^14\*y^21 + 139260\*x^14\*y^22 + 10200\*x^14\*y^23  
 + 420\*x^14\*y^24  
  
 + 87942380056419\*x^15 + 330981930191628\*x^15\*y + 599333158490304\*x^15\*y^2  
 + 697672658262970\*x^15\*y^3 + 588445811238580\*x^15\*y^4 + 384417608206274\*x^15\*y^5  
 + 203297591300680\*x^15\*y^6 + 89992293225578\*x^15\*y^7 + 34282627800335\*x^15\*y^8  
 + 11511772595040\*x^15\*y^9 + 3477486001934\*x^15\*y^10 + 960574042802\*x^15\*y^11  
 + 245464346120\*x^15\*y^12 + 58416634320\*x^15\*y^13 + 12966683220\*x^15\*y^14  
 + 2673761372\*x^15\*y^15 + 507340592\*x^15\*y^16 + 87268290\*x^15\*y^17  
 + 13306530\*x^15\*y^18 + 1738890\*x^15\*y^19 + 185118\*x^15\*y^20  
 + 14500\*x^15\*y^21 + 660\*x^15\*y^22  
  
 + 33646105485699\*x^16 + 111550337557227\*x^16\*y + 177038235148038\*x^16\*y^2  
 + 179728184924430\*x^16\*y^3 + 131543848592060\*x^16\*y^4 + 74216780043396\*x^16\*y^5  
 + 33767457983776\*x^16\*y^6 + 12834182745066\*x^16\*y^7 + 4199450729925\*x^16\*y^8  
 + 1214072560745\*x^16\*y^9 + 316776682953\*x^16\*y^10 + 75764923266\*x^16\*y^11  
 + 16763007685\*x^16\*y^12 + 3440482590\*x^16\*y^13 + 652300860\*x^16\*y^14  
 + 112862730\*x^16\*y^15 + 17468306\*x^16\*y^16 + 2349930\*x^16\*y^17  
 + 261990\*x^16\*y^18 + 22230\*x^16\*y^19 + 1242\*x^16\*y^20  
 + 20\*x^16\*y^21

+ 11665962055746\*x^17 + 33772373596812\*x^17\*y + 46519176983022\*x^17\*y^2  
+ 40745798020660\*x^17\*y^3 + 25577925804200\*x^17\*y^4 + 12308601751578\*x^17\*y^5  
+ 4757026191618\*x^17\*y^6 + 1533843599574\*x^17\*y^7 + 426573871860\*x^17\*y^8  
+ 105200771040\*x^17\*y^9 + 23493372783\*x^17\*y^10 + 4811772912\*x^17\*y^11  
+ 907522545\*x^17\*y^12 + 157040070\*x^17\*y^13 + 24570990\*x^17\*y^14  
+ 3380878\*x^17\*y^15 + 392252\*x^17\*y^16 + 36120\*x^17\*y^17  
+ 2280\*x^17\*y^18 + 60\*x^17\*y^19  
  
+ 3661052024851\*x^18 + 9157403644118\*x^18\*y + 10819882084186\*x^18\*y^2  
+ 8072162559825\*x^18\*y^3 + 4285513467140\*x^18\*y^4 + 1732731767827\*x^18\*y^5  
+ 560324153616\*x^18\*y^6 + 151202789602\*x^18\*y^7 + 35330406720\*x^18\*y^8  
+ 7350950700\*x^18\*y^9 + 1387087880\*x^18\*y^10 + 238862280\*x^18\*y^11  
+ 37344050\*x^18\*y^12 + 5226630\*x^18\*y^13 + 630630\*x^18\*y^14  
+ 61510\*x^18\*y^15 + 4290\*x^18\*y^16 + 180\*x^18\*y^17  
  
+ 1037166520075\*x^19 + 2213448432430\*x^19\*y + 2212046752725\*x^19\*y^2  
+ 1384064348660\*x^19\*y^3 + 610941557605\*x^19\*y^4 + 203787087150\*x^19\*y^5  
+ 54166048750\*x^19\*y^6 + 12050402200\*x^19\*y^7 + 2334904770\*x^19\*y^8  
+ 403523270\*x^19\*y^9 + 63009590\*x^19\*y^10 + 8814540\*x^19\*y^11  
+ 1081660\*x^19\*y^12 + 112650\*x^19\*y^13 + 8910\*x^19\*y^14  
+ 440\*x^19\*y^15  
  
+ 264193106900\*x^20 + 473843877478\*x^20\*y + 393788386689\*x^20\*y^2  
+ 202785669665\*x^20\*y^3 + 72875484685\*x^20\*y^4 + 19606542657\*x^20\*y^5  
+ 4194757094\*x^20\*y^6 + 757072150\*x^20\*y^7 + 119540220\*x^20\*y^8  
+ 16702330\*x^20\*y^9 + 2079662\*x^20\*y^10 + 219060\*x^20\*y^11  
+ 18720\*x^20\*y^12 + 1170\*x^20\*y^13 + 30\*x^20\*y^14  
  
+ 60183865818\*x^21 + 89072010752\*x^21\*y + 60290469958\*x^21\*y^2  
+ 24963036960\*x^21\*y^3 + 7112088730\*x^21\*y^4 + 1499973372\*x^21\*y^5  
+ 252179302\*x^21\*y^6 + 36292380\*x^21\*y^7 + 4522590\*x^21\*y^8  
+ 484160\*x^21\*y^9 + 44748\*x^21\*y^10 + 2820\*x^21\*y^11  
+ 120\*x^21\*y^12  
  
+ 12175221281\*x^22 + 14538425422\*x^22\*y + 7809839112\*x^22\*y^2  
+ 2523970960\*x^22\*y^3 + 550564780\*x^22\*y^4 + 87727506\*x^22\*y^5  
+ 11293724\*x^22\*y^6 + 1267320\*x^22\*y^7 + 114900\*x^22\*y^8  
+ 8440\*x^22\*y^9 + 480\*x^22\*y^10  
  
+ 2167755011\*x^23 + 2030325478\*x^23\*y + 837275166\*x^23\*y^2  
+ 203121500\*x^23\*y^3 + 32329540\*x^23\*y^4 + 3705570\*x^23\*y^5  
+ 356730\*x^23\*y^6 + 29580\*x^23\*y^7 + 1500\*x^23\*y^8  
+ 60\*x^23\*y^9  
  
+ 335797000\*x^24 + 237852770\*x^24\*y + 72042825\*x^24\*y^2  
+ 12430270\*x^24\*y^3 + 1342995\*x^24\*y^4 + 103650\*x^24\*y^5  
+ 7330\*x^24\*y^6 + 360\*x^24\*y^7



$$\begin{aligned}
&+ 44583400x^{25} + 22742402x^{25}y + 4756035x^{25}y^2 \\
&+ 538430x^{25}y^3 + 34845x^{25}y^4 + 1668x^{25}y^5 \\
&+ 80x^{25}y^6 \\
&+ 4973197x^{26} + 1704926x^{26}y + 224250x^{26}y^2 \\
&+ 14520x^{26}y^3 + 420x^{26}y^4 + 12x^{26}y^5 \\
&+ 453403x^{27} + 94002x^{27}y + 6630x^{27}y^2 \\
&+ 180x^{27}y^3 \\
&+ 32450x^{28} + 3390x^{28}y + 90x^{28}y^2 \\
&+ 1710x^{29} + 60x^{29}y \\
&+ 59x^{30} \\
&+ 1x^{31}
\end{aligned}$$

TI has  $|V| = 32$  and  $|E| = 90$ .

## Bibliography

- [1] Gary Haggard, David J. Pearce, and Gordon Royle, Computing Tutte Polynomials, Tech. Report, Victoria University of Wellington.
- [2] Gary Haggard, Thomas R. Mathies: Using Thresholds to Compute Chromatic Polynomials, *Ars Comb.* 58: (2001)19
- [3] Hall, D. W., Siry, J. W. and Vanderslice, B. R. (1965) The chromatic polynomial of the truncated icosahedron. *Proc. Amer. Math. Soc.* 16 620-628.